

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

МКРТЧЯН РУБЕН ЛЕВОНОВИЧ

УДК 530.145

РЕПАРАМЕТРИЗАЦИОННО-ИНВАРИАНТНЫЕ ТЕОРИИ
С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ КАЛИБРОВОЧНЫМИ СИММЕТРИЯМИ
(01.04.02-теоретическая физика)

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

ЕРЕВАН-1990

Работа выполнена в Ереванском физическом институте.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
А.А. Андрианов (НИИ физики при ЛГУ)
доктор физико-математических наук
Е.А. Иванов (ОИЯИ)
доктор физико-математических наук
профессор
И.В. Тютин (МИЭМ)

Ведущая организация: Харьковский физико-технический институт

Защита состоится 25 сентября 1990 года в 14 часов на заседании специализированного совета Д 034.03.01 при Ереванском физическом институте (г. Ереван-36, ул. Бр.Алиханяна, д.2).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Ереванского физического института.

Автореферат разослан 25 августа 1990 года.

Ученый секретарь
специализированного совета
кандидат физ.-мат. наук

В.А. Шахбазян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

Актуальность темы.

Репараметризационно-инвариантные теории, с разными способами реализации репараметризационной инвариантности (т.е. инвариантности относительно диффеоморфизмов), в настоящее время занимают важное место в исследованиях, посвященных важнейшим проблемам теоретической физики, в частности, проблеме построения единых теорий поля. Как известно, современные единые теории поля основаны на теориях суперструн - двумерных репараметризационно-инвариантных теорий с глобальной суперсимметрией, обладающих также локальной (супер)симметрией специального вида. Указанные теории основаны на использовании ряда уникальных свойств теорий суперструн, а именно - отсутствие тахионов в спектре (в критической размерности), наличие жестких ограничений, следующих из условия сокращения аномалий, на возможный выбор калибровочной группы (они практически полностью определяются из этого условия), а также возможности выбора калуза-клейновской компактификации, приводящей к разумным четырехмерным теориям великого объединения. Переход от теорий суперструн в десятимерном

объемлющем пространстве к четырехмерным теориям великого объединения включает на промежуточном этапе построение теории безмассовых мод суперструн - т.е. соответствующей супергравитации, являющейся десятимерной теорией, инвариантной относительно диффеоморфизмов десятимерного пространства, и обладающей локальной суперсимметрией. Соответственно приобретает важное значение построение лагранжианов соответствующих супергравитаций.

Свойство инвариантности теории относительно диффеоморфизмов пространства естественным образом приводит к постановке проблемы изучения соответствующей теории на пространстве произвольной топологии. Подобная проблема рассматривалась практически с самого появления простейшей репараметризационно-инвариантной теории - чистой гравитации. Следует отметить, что, хотя нет строгих аргументов в пользу учета возможности флуктуаций топологии пространства-времени, однако в настоящее время эта возможность серьезно рассматривается для решения определенных проблем - проблем построения начальных данных для реального мира (волновая функция Хартли-Хокинга), а также проблемы малости космологической постоянной. Поэтому актуальной представляется проблема построения адекватного аппарата для учета возможности квантовых флуктуаций топологии пространства-времени, а также задача изучения топологических ограничений на волновую функцию Хартли-Хокинга.

В последнее время значительное внимание привлечено к изучению репараметризационно-инвариантных теорий, в которых эта инвариантность реализована без введения метрики. Это так

называемые топологические теории поля, изучение которых показало их многочисленные связи со многими областями физики и математики. В частности, интенсивно обсуждается роль топологических калибровочных теорий Черна-Саймона в механизме высокотемпературной сверхпроводимости, их связь с двумерными конформными теориями, теорией узлов и др. Отметим, кстати, что одним из возможных механизмов спонтанного нарушения репараметризационной инвариантности является учет флуктуаций топологии пространства-времени. Представляется важной задача расширения класса известных топологических теорий поля, в частности, построения топологических теорий Черна-Саймона с дискретными калибровочными группами.

В диссертации рассмотрена также важная задача рассмотрения различных теорий при конечной температуре, в частности, задача вычисления свободной энергии (эффективного потенциала) при конечной температуре.

Целью работы является

- построение инвариантных лагранжианов всех шести- и десятимерных супергравитаций, среди уравнений движения которых имеются уравнения (анти)самодуальности, в частности, построение инвариантного действия десятимерной $n=2$ супергравитации - безмассового предела суперструн типа IIB;
- построение диаграммной техники в действительном времени для вычисления свободной энергии (эффективного потенциала) при ненулевой температуре;
- получение топологических ограничений на волновую функцию Хартли-Хокинга;

1
П
О
З
О
1
Бр

- построение теории поля взаимодействующих вселенных, в размерности $2+1$, заполненных топологическими калибровочными полями Черна-Саймона;

- построение абелевых калибровочных теорий Черна-Саймона на решетке, изучение их свойств, установление связи с двумерными решеточными статистическими системами.

Научная новизна и практическая ценность результатов работы

В диссертации впервые построены инвариантные лагранжианы для всех многомерных теорий супергравитаций, среди уравнений движения которых имеются уравнения (анти)самодуальности тензоров напряженности некоторых тензорных полей. Построение основано на введении метрики в пространстве тензоров определенной дуальности. Впервые найдены преобразования α -симметрии и достигнуто замыкание алгебры суперпреобразований на всех бозонных полях.

Впервые построена диаграммная техника для вычислений в действительном времени при ненулевой температуре, не использующая удвоения числа физических полей.

Впервые найдены топологические ограничения на волновую функцию Хартли-Хокинга, в частности, впервые указана принципиальная возможность получения информации о "сестринских" вселенных.

Впервые построена теория поля взаимодействующих вселенных, в конкретном случае размерности $2+1$ и при определенном выборе полей материи во вселенной.

Впервые построены решеточные топологические калибровочные теории и изучены их свойства.

Практическая ценность результатов диссертации заключается в том, что полученные в ней результаты могут использоваться для построения единых теорий на основе теории суперструн типа IIB.

Кроме того, в последующих исследованиях других авторов, предложенные методы использованы для построения других формулировок четырехмерных супергравитаций, удобных для исследования вопросов спонтанного нарушения симметрий.

Предложенная диаграммная техника значительно упрощает практические вычисления при ненулевой температуре.

Исследование топологических аспектов волновой функции в квантовой гравитации и построение теории поля взаимодействующих вселенных продвинули вперед проблему учета флуктуаций топологии и нахождения физических следствий в квантовой гравитации.

Расширение класса топологических калибровочных теорий поля и получение их решеточной формулировки проясняют различные аспекты топологических теорий поля в непрерывном пределе.

На защиту выносятся следующие основные результаты:

1. Предложен метод построения действия, уравнения движения которого эквивалентны уравнению самодуальности в пространстве Минковского размерности $4k+2$, допускающий обобщение на суперсимметричные теории. Метод основан на введении метрики (e -тензора) в пространстве тензоров определенной дуальности. Вместе с введением метрики появляется новая калибровочная симметрия - α -симметрия, со свойствами, близкими к свойствам

обычных репараметризационных преобразований.

2. Предложенным методом построены полные (т.е. включающие четырехфермионные члены) лагранжианы чистых шестимерных киральных аномальных $N=2$ и $N=4b$ супергравитаций. Найдены все симметрии этих лагранжианов и изучена их алгебра. В частности, проверены локальные суперсимметрия и α -симметрия во всех порядках по фермионным полям - гравитино, а также показано, что алгебра суперпреобразований замыкается вне массовой поверхности на всех бозонных полях. Эти лагранжианы служат строительными блоками для построения неаномальных шестимерных теорий супергравитаций, взаимодействующих с супермультиплетами материи.

3. Установлена точная связь реализации алгебры $N=2$ суперсимметрии в чистой $N=2$ шестимерной аномальной супергравитации и в некиральной супергравитации Нишины-Сезгина, представляющей собой $N=2$ чистую шестимерную супергравитацию, взаимодействующую с одним тензорным супермультиплетом.

4. Построен полный лагранжиан шестимерной чистой $N=4b$ супергравитации, взаимодействующей с n тензорными супермультиплетами. Построены полные преобразования всех симметрий, включая суперсимметрию и α -симметрию. При $n=2I$ эта теория свободна от аномалий.

5. Построен полный лагранжиан максимально расширенной десятимерной $N=2b$ теории (безмассового предела суперструн типа IIB), найдены полные преобразования суперсимметрии и α -симметрии. Вычислены коммутаторы некоторых симметрий. Проверена суперсимметрия в первом порядке по ферми-полям.

6. Предложено обобщение метода, состоящее во введении

метрики в пространстве антисимметричных тензоров всех рангов. Целью является построение теорий, интерполирующих между дуальными формулировками одной и той же теории. Предложенным способом построена интерполирующая формулировка четырехмерной свободной суперсимметричной модели Весса-Зумино.

7. Разработана диаграммная техника, в действительном времени, для вычисления свободной энергии и эффективного потенциала при ненулевой температуре. В предложенной технике, по сравнению с другими, значительно меньше число диаграмм, и они упорядочены по степеням функции распределения. Обсуждается представление свободной энергии, удобное для низкотемпературного разложения. Обсуждается гипотеза о поведении суперсимметричных теорий при малых нарушениях суперсимметрии на примере ее нарушения при низких температурах.

8. Найдены топологические ограничения на амплитуду нахождения вселенной, описываемой волновой функцией Хартли-Хокинга, в определенных состояниях. Одним из следствий является утверждение, что в отсутствие нарушающих барионное число взаимодействий вселенная имела бы барионный заряд, равный нулю. Указанные ограничения открывают принципиальную возможность получения информации о сестринских вселенных.

9. Построена теория поля взаимодействующих вселенных для случая $2+1$ -мерных вселенных, заполненных топологическими калибровочными полями. В частности, найдены вершины взаимодействия и построено полное действие. Отмечены также некоторые общие свойства теорий поля вселенных.

10. Построены топологические калибровочные абелевы теории на решетке. Эти теории, в частности, обобщают топологические

калибровочные теории Черна-Саймона на случай дискретных групп. Исследованы существенные свойства построенных теорий, в частности, вычислены средние значения наблюдаемых, соответствующие инварианты узлов, и установлена связь с двумерными статистическими моделями.

Апробация работы. Результаты, изложенные в диссертации, докладывались на семинарах ряда институтов - ЕРФИ, ЕГУ, ФИАН, ХФТИ, ИТФ, ИТР (Нью-Йорк, США), на Семинаре по физике высоких энергий и квантовой теории поля (Протвино, 1984, 1987), 21-ом Международном симпозиуме по теории элементарных частиц (Аренскооп, ГДР, 1987), Советско-американском рабочем совещании по калибровочным полям (Брэван, 1988), сессиях Отделения ядерной физики Академии наук СССР (Москва, 1984-1987 гг.), Рабочем совещании по теории струн и конформным теориям (Аспен, США, 1988), Международном семинаре "Кварки-90" (Телави, 1990), представлялись на различные международные конференции.

Публикации. По результатам диссертации опубликовано 14 работ.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, семи глав, шести приложений, заключения и списка литературы. Она содержит 177 страниц машинописного текста.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

Во введении дан краткий обзор современного состояния физики высоких энергий и теории струн, и, в частности, проблемы построения единых теорий, поставлены задачи, решению которых

посвящена диссертация. Дан обзор литературы и изложено содержание диссертации.

Глава I посвящена развитию метода построения лагранжиана для уравнений самодуальности и построению суперсимметричного, лоренц-инвариантного лагранжиана простейшей $d=6$ $N=2b$ супергравитации.

В параграфе 1 изложены результаты первой главы: лагранжиан, уравнения движения, преобразования супер- и α -симметрии и алгебра симметрий теории.

Бозонные поля этой супергравитации - гравитон e_{μ}^{α} и антисимметричный тензор второго ранга $B_{\mu\nu}$ с тензором напряженности $G_{\mu\nu\rho} = \epsilon_{[\mu}^{\alpha} B_{\nu\rho]}$, а также $e_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{\beta_1\beta_2\beta_3}$ - метрика в пространстве антисамодуальных тензоров, которая в действии играет роль лагранжевого множителя. Его свойства:

$$e_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{\beta_1\beta_2\beta_3} = \epsilon^{\beta_1\beta_2\beta_3\alpha_1\alpha_2\alpha_3} [e_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{\beta_1\beta_2\beta_3}]^{-1}$$

$$e_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{\beta_1\beta_2\beta_3} = P_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{+\gamma_1\gamma_2\gamma_3} P_{\beta_1\beta_2\beta_3}^{+\lambda_1\lambda_2\lambda_3} e_{\gamma_1\gamma_2\gamma_3}^{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}$$

Здесь P_{θ}^{\pm} - проекторы, зависящие от θ :

$$(P_{\theta}^{\pm})_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{\beta_1\beta_2\beta_3} = P_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{\pm\beta_1\beta_2\beta_3} \pm \theta_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}^{\beta_1\beta_2\beta_3}$$

$$(P_{\theta}^{\pm})^2 = P_{\theta}^{\pm}, \quad P_{\theta}^{+} + P_{\theta}^{-} = 1$$

Фермионное поле - гравитино ψ_{μ}^a - майорано-вейлевый симплектический спинор.

Действие имеет вид:

$$S = \int d^6x e \{ -(1/2)R(\omega) - \bar{\psi}_{\mu}^a \gamma^{\mu\nu\rho} D_{\nu} (1/2(\omega + \sigma)) \psi_{\rho a} +$$

$$(1/3)G^{-\mu\nu\rho}(P_{\theta}^{+G})_{\mu\nu\rho} + (1/48)\bar{\psi}_{\mu}^{\alpha} \gamma^{\mu\nu\rho} \gamma^{\alpha\beta\gamma} \psi_{\rho\nu\alpha}(P_{\theta}^{+(G+\hat{G})})_{\alpha\beta\gamma}$$

Помимо очевидной инвариантности по отношению к обще-координатным и локальным лоренцевским преобразованиям δ инвариантно по отношению к калибровочным преобразованиям тензорного поля: $\delta V_{\mu\nu} = 2\partial_{[\mu} \Lambda_{\nu]}$, а также относительно преобразований суперсимметрии, имеющих вид:

$$\delta(\epsilon) e_{\mu}^{\alpha} = \bar{\psi}_{\mu}^{\alpha} \epsilon^{\alpha}$$

$$\delta(\epsilon) V_{\mu\nu} = \bar{\psi}_{[\mu}^{\alpha} \gamma_{\nu]}^{\beta} \epsilon^{\alpha}$$

$$\delta(\epsilon) \psi_{\mu\alpha} = D_{\mu}(\bar{\omega}) \epsilon_{\alpha} + (1/24) \gamma^{\alpha\beta\gamma} \gamma_{\mu} \epsilon_{\alpha} (P_{\theta}^{+G})_{\alpha\beta\gamma}$$

$$\delta(\epsilon) \theta_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha\beta\gamma} = (P_{\theta}^{+KP_{\theta}^{-}})_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha\beta\gamma} + (P_{\theta}^{+KP_{\theta}^{-}})_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha\beta\gamma}$$

$$E_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha\beta\gamma} = (3/2) \delta_{\alpha}^{\alpha} \delta_{\beta}^{\beta} e_{\gamma}^{\mu} \delta(\epsilon) e_{\mu}^{\gamma}$$

Наконец, преобразования α -симметрии, с векторным параметром α^{σ} , есть:

$$\delta(\alpha) V_{\mu\nu} = \alpha^{\sigma} (P_{\theta}^{-G})_{\mu\nu\sigma}$$

$$\delta(\alpha) \theta_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha\beta\gamma} = (P_{\theta}^{+AP_{\theta}^{-}})_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha\beta\gamma} + (P_{\theta}^{+AP_{\theta}^{-}})_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha\beta\gamma}$$

$$+ \alpha^{\mu} D_{\mu}(\omega(\epsilon)) \theta_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha\beta\gamma}$$

$$A_{\alpha\beta\mu}^{\alpha\beta\mu} = -(3/2) \delta_{\alpha}^{\alpha} \delta_{\beta}^{\beta} D_{\mu} \alpha^{\mu}$$

Коммутатор двух преобразований суперсимметрий дает все перечисленные симметрии теории:

$[\delta(\epsilon_2), \delta(\epsilon_1)] = \delta(\xi) + \delta(1) + \delta(\Lambda) + \delta(\epsilon) + \delta(\alpha) + (\text{уравнения движения})$ с параметрами:

$$\xi^{\mu} = \bar{\epsilon}_1^{\alpha} \gamma^{\mu} \epsilon_{2\alpha}$$

для общекоординатных преобразований,

$$1_{\alpha\beta} = \xi^{\mu} (\bar{\omega}_{\mu\alpha\beta} + (P_{\theta}^{+G})_{\mu\alpha\beta})$$

для локально лоренцевских преобразований,

$$\Lambda_{\mu} = -(V_{\mu\nu} + (1/2)g_{\mu\nu}) \xi^{\nu}$$

для калибровочных преобразований тензорного поля:

$$\epsilon_{\alpha} = \psi_{\mu\alpha} \xi^{\mu}$$

для суперсимметрии и $\alpha^{\mu} = \xi^{\mu}$ для преобразований α -симметрии.

Рассмотрение этого коммутатора на бозонных полях дает в правой части в точности преобразования симметрии, показанные выше, но применяя коммутатор к фермионному полю, (гравитино) получим, помимо симметрий, уравнение движения этого поля. Следующие три параграфа первой главы посвящены выводу этих результатов.

Во втором параграфе выводятся уравнения движения. В третьем параграфе доказывается супер- и α -симметрия полного (с четырехфермионным взаимодействием) лагранжиана. В параграфе 4 доказывается формула для коммутатора двух преобразований суперсимметрий. Приводятся, в частности, члены, пропорциональные уравнениям движения, которые возникают при действии коммутатора на гравитино. Вычисление коммутатора на поле ϵ приведены в шестом параграфе. Кроме того, в четвертом параграфе доказано, что коммутатор двух α -симметрий дает, с точностью до уравнения движения поля $V_{\mu\nu}$, преобразования Λ и α -симметрии. Что же касается коммутатора супер- и α -преобразований, то он равен нулю с точностью до уравнений движения гравитино и поля $V_{\mu\nu}$. И, наконец, в пятом параграфе

выявлена связь реализации алгебры суперсимметрий в рассматриваемой теории с ее реализацией в некиральной теории Нишины и Сегизыма. Продемонстрировано, что в замыкании алгебры суперсимметрии лагранжиан множитель e играет ту же роль, что и поля материи χ и ϕ в теории НС.

Во второй главе построен лагранжиан шестимерной киральной аномальной $N=4b$ супергравитации. В первом параграфе приведены все основные результаты этой главы: лагранжиан, уравнения движения, преобразования супер- и α -симметрий и формула коммутатора двух преобразований суперсимметрий. Уравнения движения выводятся во втором параграфе. Симметрии и алгебра этой теории доказываются и обсуждаются в третьем параграфе.

В третьей главе построена шестимерная киральная $N=4b$ супергравитация, взаимодействующая с n тензорными супермультиплетами. В частном случае $n=21$ эта теория, в отличие от предыдущих двух, свободна от аномалий. Аналогичным методом могут быть построены и неаномальные $N=2$ супергравитации, взаимодействующие с различным числом мультиплетов материи. В параграфе 1 приводится полный лагранжиан и полные преобразования супер- и α -симметрии этой теории, обобщающие формулы первых двух глав. Во втором параграфе выводятся четырехфермионные члены в действии и трехфермионные в преобразованиях симметрий. Третий параграф посвящен обсуждению вопросов существования "интерполирующей" формулировки для дуальных версий супергравитаций. Как пример такой формулировки рассматривается шестимерная $N=4b$ супергравитация взаимодействующая с $n=5$ тензорными мультиплетами. Построена также интерполирующая формулировка для свободной четырехмерной

модели Весса-Зумино.

В четвертой главе строится явно лоренц-инвариантный лагранжиан для последней из максимально расширенных супергравитаций, у которой до последнего времени не существовало такой формулировки - $N=2b$ киральной десятимерной супергравитации.

Первый параграф посвящен симметриям этой теории и их алгебре. Полный инвариантный лагранжиан приводится во втором параграфе. Доказательству его суперсимметрии и выводу четырехфермионных членов посвящены, соответственно, третий и четвертый параграфы. В пятом параграфе кратко обсуждаются возможные направления развития результатов этой работы, связанные с построением лагранжиана теории поля суперструн типа IIB, низкоэнергетическим пределом которой является рассматриваемая теория.

Пятая глава посвящена развитию новой диаграммной техники в действительном времени для вычисления свободной энергии (эффективного потенциала) при ненулевой температуре, в произвольной теории. В первом параграфе обсуждаются различные существующие диаграммные техники для вычислений при ненулевой температуре. Во втором параграфе сформулирована предлагаемая диаграммная техника. Приведем ее для простейшего случая скалярного поля. При нулевой температуре свободная энергия дается, как известно, величиной $(1/2)Sp \ln D_0$ (где D_0 - свободный пропагатор) плюс сумма связанных вакуумных диаграмм, которые строятся по стандартным правилам - вершины определяются лагранжианом взаимодействия, а отрезкам, соединяющим вершины, соответствуют причинные пропагаторы

данных (V, h_{ij}, φ) не существует таких $(M, g_{\mu\nu}, \bar{\varphi})$, то при этом значении аргумента волновая функция $\Psi(V, h_{ij}, \varphi)$ равна нулю, т.е. амплитуда появления такой вселенной "из ничего" равна нулю, или — амплитуда наблюдения такой вселенной равна нулю. Использование известных в математике фактов приводит к следующему утверждению, касающемуся ситуации без полей материи: нет принципиальных ограничений на топологию трехмерного многообразия V .

Ситуация становится более интересной при рассмотрении теорий Калузы-Клейна. В этом случае размерность V больше трех — до десяти, если принять ограничения из супергравитации. Топологические ограничения в этом случае существуют, только если используется нетривиальное калуза-клейновское расслоение.

Нетривиальные ограничения возникают при рассмотрении амплитуды $\Psi(V, h_{ij}, \varphi)$ для вселенной V с заданной конфигурацией полей материи. Ниже \mathfrak{z} будет обозначать многообразие, в котором поля $\varphi(x)$ принимают значения при данном x , так что φ есть отображение V в \mathfrak{z} . Идея состоит в том, что $\Psi(V, h_{ij}, \varphi)$ может быть отлична от нуля только если существует многообразие M такое, что отображение его границы $\varphi: V = \partial M \rightarrow \mathfrak{z}$ может быть продолжено непрерывным образом до отображения $\bar{\varphi}: M \rightarrow \mathfrak{z}$ всего многообразия M в \mathfrak{z} . Это, вообще говоря, не всегда возможно.

Рассмотрим несколько конкретных ситуаций. Пусть вселенная V есть S^3 — трехмерная сфера. В качестве полей φ возьмем поля g , принимающие значения в групповом многообразии G , т.е. $\mathfrak{z} = G$. Отображения $g: S^3 \rightarrow G$ разделяются на классы, нумеруемые целым числом n (рассмотрим для определенности случай $G = SU(N)$), которое мы будем называть солитонным зарядом. Подобные поля g

возникают, к примеру, в супергравитациях, в эффективном киральном лагранжиане КХД и в других теориях. Известно, что солитоны эффективного кирального лагранжиана КХД есть барионы и барионный заряд дается как раз числом n , так что в этом случае солитонный заряд совпадает с барионным.

Пусть теперь многообразие M — ориентируемое. Тогда верно следующее утверждение:

с) Многообразие M и отображение $\bar{g}: M \rightarrow G$, удовлетворяющие приведенным выше условиям (т.е. $\partial M = S^3$, $\bar{g}|_{\partial M} = g$) существуют тогда и только тогда, когда солитонный заряд отображения $g: S^3 \rightarrow G$ равен нулю.

Иными словами, волновая функция $\Psi(V, h_{ij}, \varphi)$ отлична от нуля только для вселенных с нулевым солитонным зарядом.

Для случая, когда допускаются неориентируемые M , верно аналогичное утверждение с'), но солитонный заряд g должен быть равен нулю по модулю два.

Следствием с) является утверждение, что вся барионная асимметрия вселенной обязана своим существованием наличию несохраняющих барионный заряд взаимодействий. При выводе используется представление барионов как солитонов эффективного кирального лагранжиана КХД.

Наконец, отметим следующее принципиальное обстоятельство. Рассмотрим волновую функцию Хартли-Хокинга для случая, когда V — несвязное многообразие, т.е. речь идет о волновой функции основного состояния (или "рождении из ничего") фактически двух вселенных $(V^1, h_{ij}^1, \varphi^1)$ и $(V^2, h_{ij}^2, \varphi^2)$. Рассуждения, приведенные выше, показывают, что нет никаких топологических ограничений на

каждую из этих вселенных в отдельности, но зато есть совместные ограничения на две вселенные. Например, в рассмотренной выше модели с солитонными зарядами, солитонный заряд вселенной I может быть произвольным, но суммарный заряд вселенных I и 2 должен быть равен нулю (в ориентируемом случае). Это замечание означает принципиальную возможность обнаружения таких "сестринских" вселенных из изучения глобальных топологических свойств нашей вселенной.

Третий параграф шестой главы посвящен выводу действия теории поля взаимодействующих вселенных, заполненных топологическими калибровочными полями Черна-Саймона, в размерности $2+1$. Кратко говоря, это теория идейно вполне аналогична теории поля струн.

Как известно, гильбертово пространство теории Черна-Саймона, проквантованной на многообразии (вселенной) Σ_g - поверхности рода g , дается пространством конформных блоков модели WZNW на этой поверхности. Обозначим через $\Psi_{g,i}$ определенный базис в этом пространстве. Действие теории поля вселенных является функцией величин $\Psi_{g,i}$. В третьем параграфе показано, что это действие имеет вид:

$$S = \sum_{g,i} (\Psi_{g,i})^* \Psi_{g,i} + \sum_{g, \mathbb{B} \in S_g} \lambda_g (\Psi_{g,i})^* \mathbb{B}_i^i \Psi_{g,i} +$$

$$\sum_{g,j} \lambda_g (\Psi_{g, e(j)})^* \Psi_{g-1,j} +$$

$$\sum_{g_1, g_2, i, j} \lambda_{g_1, g_2} (\Psi_{g_1+g_2, i+j})^* \Psi_{g_1, i} \Psi_{g_2, j}$$

+ с.с.

Поясним обозначения. Здесь величины λ с разными индексами - это произвольные константы связи, S_g обозначает модулярную группу для поверхности рода g , суммирование во втором члене идет по произвольному набору образующих этой группы. Третий и четвертый члены этого действия являются вершинами взаимодействия, описывающими переходы $\Sigma_g \leftrightarrow \Sigma_{g-1}$ и $\Sigma_{g_1+g_2} \leftrightarrow \Sigma_{g_1} + \Sigma_{g_2}$, соответственно. Здесь $e(j)$ и $i+j$ обозначают определенные номера базисных векторов в гильбертовых пространствах поверхностей рода g и g_1+g_2 , соответственно. Точные определения приведены в диссертации, так же как и вывод приведенной выше формулы для действия.

Седьмая глава посвящена построению и изучению решеточных абелевых топологических теорий. В первом параграфе содержится введение в соответствующие аспекты топологических теорий. Во втором параграфе введены все необходимые объекты и операции над ними. Главным является калибровочное поле, которое представляет собой 1-коцепь на произвольной симплицальной решетке. Действие решеточной теории Черна-Саймона имеет вид:

$$S = (2\pi k/n) \sum_{M_g} \sum_{\sigma} (-1)^{\sigma} A_{\cup} \delta A$$

где δ есть оператор взятия кограницы, \cup - произведение Колмогорова-Александера коцепей. Это действие можно представить в следующем простом виде:

$$4k (A(\alpha_0 \alpha_1)A(\alpha_2 \alpha_3) + A(\alpha_0 \alpha_2)A(\alpha_3 \alpha_1) + A(\alpha_0 \alpha_3)A(\alpha_1 \alpha_2));$$

где α_i ($i=0,1,2,3$) обозначают вершины тетраэдра, и нужно просуммировать по всем тетраэдрам решетки. Геометрическая картина проста: действие есть сумма произведений значений A на трех парах непересекающихся ребер тетраэдра. В непрерывном пределе для калибровочной группы $U(1)$ легко показать, что приведенное выше решеточное действие сводится к стандартному абелевому действию Черна-Симона. В этом параграфе приведены также всевозможные обобщения этой конструкции.

В параграфе три вычислены средние от вильсоновских петель — калибровочно-инвариантных наблюдаемых теории. Главным является свойство-соотношение для вильсоновских петель в фундаментальном представлении, которое позволяет рекуррентно вычислять средние от любой конфигурации вильсоновских петель. Это имеет вид, для калибровочной группы U_n :

$$L_n = L_{n-1} \exp((2-i\pi(k)/n))$$

где $L_n(L_{n-1})$ означает квадратичное среднее произведений петель в данной точке, а $a(k)$ задается из условия $a(k)k \equiv 1 \pmod{n}$.

В четвертом параграфе мы рассматриваем теорию на решетке с границей установленная связь решеточных теорий Черна-Симона с двумерными решеточными статистическими системами, в частности, для группы U_n , с моделью Изинга.

В приложениях приводятся используемые соглашения, обозначения и часто употребляемые подмножества.

В заключении перечисляются основные результаты, полученные в диссертации.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

- [1] An.R. Kavalov and R.L. Mkrtchyan, Yad. Fiz. 46 (1987) 1246; Lagrangian of the self-duality equation and d=10, N=2b supergravity. Preprint YERPHI-938 (89)- 86, 1986
- [2] An.R. Kavalov and R.L. Mkrtchyan, Lagrangians of six-dimensional chiral anomalous supergravities. Preprint YERPHI-963(13)-87
- [3] An.R. Kavalov and R.L. Mkrtchyan, Lagrangian of six-dimensional N=4b chiral supergravity. Int. Journal of Mod. Phys. A4 (1989) 4055
- [4] An.R. Kavalov and R.L. Mkrtchyan, Complete invariant lagrangian of d=10 N=2b and d=6 N=2 chiral supergravities Nucl. Phys. 1990, v.B331, 391
- [5] An.R. Kavalov and R.L. Mkrtchyan, Invariant action principle for six-dimensional chiral supergravities. Nucl. Phys. B321 (1989) 682
- [6] Мкртчян Р.Л. О диаграммной технике в теории поля при конечной температуре. Труды Семинара по физ. выс. энерг. и кв. теории поля. Протвино, 1984, т.1, 297.
- [7] Мкртчян Р.Л. Диаграммная техника в теории поля при конечной температуре. Теор.Мат.Физ. 65 (1985) 181
- [8] Mkrtchyan R.L. Thermodynamics of (supersymmetric) theories at low temperatures. Preprint ЕрФИ 769(84)-84 (1984)
- [9] Mkrtchyan R.L. Topological aspects of the birth of the universe. preprint ЕрФИ 783(10)-85 (1985)
- [10] Mkrtchyan R.L. Topological aspects of the wave function of the universe. Phys.Lett. 172B (1986) 313

- [11] Mkrtchyan R.L. Towards the complete action of the field theory of interacting universes. Preprint YERPHY-1148(25)-89 (1989)
- [12] Al.R.Kavalov, An.R.Kavalov and Mkrtchyan R.L. Construction of the field theory of (2+1)-dimensional universes, filled by the topological Yang-Mills fields, preprint YERPHI-1247 (33) (1990) Mod.Phys.A
- [13] Al.R.Kavalov and Mkrtchyan R.L. The lattice construction for abelian Chern-Simons gauge theory. preprint YERPHY-1219(5) (1990) Phys.Lett., 1990, *8242, 429*
- [14] Al.R.Kavalov and Mkrtchyan R.L. The lattice abelian Chern-Simons gauge theory. Preprint YERPHY I260(46)-90

Технический редактор А.С.Абрамян

Подписано в печать 10.07.90г. ВФ-01466 Формат 60x84/16
сетная печать. Тираж 170 экз.

К. тип. № 242

Печатано в Ереванском физическом институте
аван 36, ул. Братьев Аликханян, 2